

Riassunto

L'articolo realizza un'analisi del testo dell'Apologia di Platone, per mostrare l'importanza attribuita dal fondatore dell'Accademia al sapere, come condizione per stabilire una relazione dialogica significativa e feconda, cioè, accettabile nell'ambito dei parametri normali delle «interrelazioni» umane. Da questa analisi e da altre realizzate dall'autore di questo articolo sul Fedro e sul Teeteto, si cerca di evidenziare l'importanza di conoscere la verità, per arrivare, a partire da essa, a una retorica autentica, scientifica, che superi i paradossi della sofistica e di quelle concezioni del linguaggio che sfociano nella impossibilità di stabilire relazioni umane significative.



## Per una formalizzazione della logica tomista nel contesto di una teoria-base dei fondamenti della matematica

Massimo Clavelli\*, Gianfranco Basti\*\*

### Introduzione<sup>1</sup>

Il punto di partenza della dottrina tomista cui noi qui ci riferiamo è l'anti-platonica definizione aristotelica dell'universale che, *in quanto considerato predicativamente*, non esiste mai *in sé* come fosse una sostanza puramente formale, ma esiste solo negli oggetti *singoli* cui si attribuisce. Tali oggetti potranno essere enti fisici inseriti in un determinato contesto di relazioni causali, nel caso che l'universale in questione sia inerente alla scienza fisica, enti linguistici o parti del discorso (nomi, verbi, proposizioni), inseriti in un determinato contesto di relazioni linguistiche, in un concreto linguaggio, nel caso che si tratti di un ente logico o matematico (Cfr. *In Periherm.*, I, vi, 75; 76; I, iv, 44). E questo proprio perché l'universale, nella misura in cui *può esistere simultaneamente* in uno o in molti singolari, non è dotato di *sussistenza* (= unità in se stesso, perché esistente in se stesso), ma di sola *unità formale* (= unità secondo se stesso). Solo in quanto l'universale è «considerato in se stesso», ovvero non è considerato né come *esistente in atto* nel singolo di cui si predica, né come *esistente in potenza* nei molti di cui si può predicare, ma è considerato in se stesso in quanto «separato» per un atto astrattivo della mente, solo in questo senso esso può considerarsi come dotato di una individualità puramente formale per-se-stessa, «separata» dalle condizioni «materiali» (contestuali) di esistenza. In questo senso, allora sarà dotato anche, come ogni ente individuale, di unità-in-se-stesso e non solo di unità-secondo-se-stesso, come vedremo nell'Appendice 1 ed è stato altrove più diffusamente trattato (Cfr. [1], Parte I, Cap. 3).

\* Università di Roma «La Sapienza», Facoltà di Economia e Commercio, Dipartimento di matematica per le decisioni economiche, finanziarie ed assicurative, via del Castro Laurenziano, 9 - 00161 Roma, Italy.

\*\* Facoltà di Filosofia, Pontificia Università Lateranense, Piazza S. Giovanni in Laterano, 4/I - 00184 Roma.

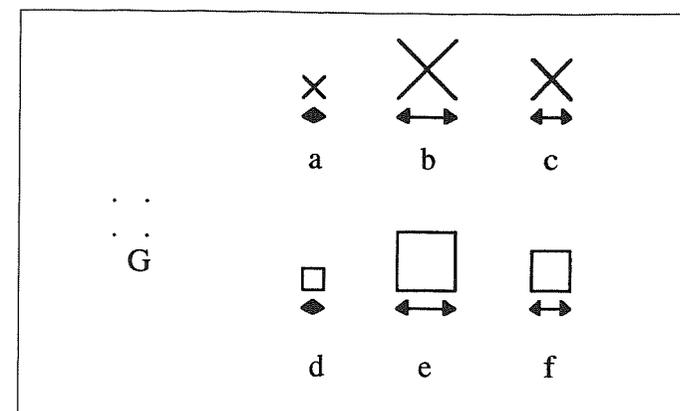
<sup>1</sup> Gli Autori hanno discusso congiuntamente l'intero lavoro che per il paragrafo dell'introduzione è da attribuirsi a Gianfranco Basti e per i paragrafi successivi è da attribuirsi a Massimo Clavelli.

Quando dunque consideriamo l'universale come «forma separata» – come, p. es., quando consideriamo la «bianchezza» in se stessa e non in quanto predicabile o predicata di qualcosa – come pura *essenza universale*, l'universale per Tommaso è puro *quale* («principio», così lo abbiamo chiamato in questo lavoro), e non una «qualità-di» o *passio*. La «qualità» è dunque ciò che il predicato ultimamente «significa» in modo verbale, ma appunto significa non come principio (*quale*), ma come «qualità-di», ovvero come *passio*: la qualità infatti è sempre e solo «predicato-di-un-soggetto». Il principio considerato astrattamente in se stesso non è perciò dotato di esistenza predicativa: di esso si può dire solo che «è».

Con quanto appena detto, abbiamo così introdotto una fondamentale distinzione tipica della metafisica tomista: la distinzione fra *unità trascendentale* o «unità-in-se-stesso» di un ente individuo e *unità formale* o «unità-secondo-se-stesso» di questo medesimo ente. Consideriamo ora tale distinzione rispetto alla «qualità» come ciò che ultimamente ogni predicazione universale significa, sia in quanto esistente in uno o nei molti di cui l'universale si predica, sia in quanto considerata «separata» come «ente formale» per un atto astrattivo della mente. Ovviamente, solo in questo secondo caso il principio potrà essere considerato come «ente individuo» e sarà perciò dotato in se stesso di unità trascendentale (per la dottrina tomista dei trascendentali Cfr. Appendice 1).

Infatti, come appena detto, ciò che propriamente esiste in ciascuno e/o nei molti individui di cui l'universale si predica è la *qualità* intesa come *passio*, l'«abito» in senso aristotelico: qualcosa che un ente «ha come proprio» e che quindi varia al variare del referente. L'unità formale o unità «secondo-se-stesso» di un *principio* secondo la sua modalità concreta di esistenza come «qualità-di», corrisponde perciò alla modalità particolare di essere «trascendentalmente uno», comune ad uno o più enti fisici o linguistici, ciascuno preso singolarmente. Ovvero l'*unità formale* corrisponde alla *modalità particolare* con cui ciascun ente esistente sia fisico che linguistico è un «indiviso-in-se-stesso» (è dotato cioè di *unità trascendentale*) «mettendo insieme» le parti «materiali» costitutive: «particelle» se si tratterà di enti fisici, «parole», se si tratterà di enti linguistici (proposizioni, discorsi). Queste parti sono ovviamente comuni a tutti gli altri enti appartenenti al medesimo genere, così le diverse modalità con cui le parti comuni sono messe insieme è ciò che fonda la *diversità* all'interno del genere stesso (Cfr. Tommaso d'Aq., In Metaph., VIII, ii, 1696-1700). Rispetto al genere, dunque, lo specifico modo di mettere insieme le parti in ciascuna unità formale è ciò che, seguendo la terminologia scolastica, chiamiamo «differenza specifica».

A sua volta, in quanto questo universale viene considerato come principio, non più come «qualità di qualcosa» siano «uno» o siano «molti», ma come puro *ente formale* per la «separazione» dalle condizioni materiali della sua esistenza concreta nei singoli enti fisici e/o nei singoli enti linguistici operata dall'astrazione della mente umana, anch'essa avrà una sua *unità trascendentale*, sarà cioè un «indiviso-in-se-stesso», secondo il suo modo particolare di essere che è



**Figura 1** - Rappresentazione intuitiva della differenza fra *unità trascendentale*, *unità formale*, *unità quantitativa*. Ogni figura, a, b, c, d, e, f, formata di punti connessi forma un'unità indivisa, ovvero è caratterizzata dalla sua propria *unità trascendentale*. Allo stesso tempo, i due insiemi di figure {a, b, c} e {d, e, f} sono distinti da due diverse «qualità» o proprietà qualitative di questa unità trascendentale di ciascuna figura. Ovvero sono distinti da due modi di essere «una-secondo-se-stessa» e quindi di essere un'*unità formale*, rispettivamente come «X» e come «□», di ognuna delle figure appartenenti a ciascun insieme. Allo stesso tempo, se osserviamo le figure secondo il loro ordinamento in colonne, vedremo che esse, sono ordinate in tre insiemi {a,d}, {b, e}, {c, f} secondo tre distinte «unità di misura» o proprietà quantitative dell'unità trascendentale di ciascuna figura. Possono così essere definite tre distinte *unità quantitative* «↔» che, come si noterà, sono invarianti rispetto alle differenze qualitative e dipendono unicamente dall'unità trascendentale di ciascuna figura. Quest'ultima dipendenza dell'unità quantitativa dall'unità trascendentale è una proprietà essenziale di ogni ente di cui in [1] sono state mostrate le conseguenze per il calcolo e per la teoria dei numeri. In tal modo, l'universale comune a tutte e sei le figure è quello di essere costituite da quattro punti, così da appartenere tutte al medesimo genere G, sebbene questo universale esista *soltanto* secondo le sue *singole* realizzazioni qualitative e quantitative nelle singole figure. In particolare, le cinque differenze specifiche, due qualitative e tre quantitative, rispetto a cui costituire i cinque tipi di insiemi di figure, sono presenti in potenza, in forma *indistinta*, in G. Esse sono attualizzate, ovvero rese *esistenti* dai due (formalmente) diversi modi di connettere i punti, ovvero di dare al costituente materiale generico la sua essenziale proprietà di «indivisione» o *unità trascendentale* che fa tutt'uno con l'esistenza di ciascuna figura come ente metafisicamente costituito: indiviso-in-sé e perciò diviso-rispetto-ad-altro-da-sé. L'unità intesa in questo senso è quindi la più fondamentale proprietà di ogni ente in quanto ente, ovvero, come in [1, Parte I, § 6.1], il più fondamentale dei «trascendentali» di ogni ente in quanto ente.

quello di «forma» o di «principio», ovvero come di ciò che è «uno-secondo-se-stesso», rispetto a cui costruire qualsiasi definizione predicativa dell'universale, sia in quanto esistente in atto, ovvero in modo specificamente diverso in ciascuno dei singoli oggetti fisici e/o logico-linguistici di cui si predica, sia in quanto esistente in potenza, ovvero in modo genericamente identico nella collezione di questi singoli [1, Parte I, Cap. 6]. Si è mostrato in [1, Parte I, § 6.1], nell'ambito della teoria tomista di fondazione del numero in matematica, come questa separazione fra *unità trascendentale* ed *unità formale*, in quanto ambedue distinte dall'*unità quantitativa* (Cfr. figura), sia il *proprium* della metafisica e dell'epistemologia tomiste rispetto al resto del pensiero occidentale. Per i nostri scopi, però, accontentiamoci di averle comprese intuitivamente, secondo le definizioni e le illustrazioni intuitive (Cfr. figura) che abbiamo appena dato.

Sinteticamente allora, quando si deve trattare dell'esistenza dell'universale in senso tomista, occorre distinguere fra essenza *antepredicativa* come principio e *esistenza predicativa* come qualità dell'universale.

1. *Essenza antepredicativa dell'universale* o principio. Con essa si intende ciò che l'attribuzione predicativa dell'universale significa, si intende il *riferimento* ultimo ed *interno* (intensionale) – distinto cioè dall'oggetto referenziale esterno (estensionale), quello che di solito fa da soggetto dell'enunciato predicativo – di ogni attribuzione predicativa dell'universale. In questo senso l'universale è da prendersi come una *totalitas ante partes*, una «totalità che viene prima delle parti» come quell'«universale» condiviso e/o indivisibile da uno più individui, ma che, in questo caso, poiché viene considerata in se stessa, prescinde da ogni distinzione *parti-tutto*, che caratterizza invece ogni esistenza predicativa dell'universale medesimo. Infatti, come il principio (p. es., la bianchezza) che determina una «classe» di individui (p. es., la classe degli oggetti bianchi), non può da se sola giustificare l'esistenza della classe stessa, finché almeno non esista almeno un individuo di cui quell'universale è predicabile come sua qualità, in questo medesimo senso allora, il principio in se stesso considerato come pura forma astratta, come «totalità che viene prima delle parti», è ciò che costituisce l'*essenza* ma non l'*esistenza* di un universale.

2. *Esistenza predicativa dell'universale*. La distinzione «parti-tutto» è ciò che caratterizza ogni esistenza predicativa dell'universale facendone così sempre una *totalitas ex partibus*, una «totalità composta di parti» in un duplice senso:

a) nel senso della distinzione «entitativa» *forma universale-materia individuale* intese a loro volta come «parti» della «totalità» dell'essenza universale, però non considerata più *per se stessa* come nel caso precedente, ma in quanto predicata in atto e/o predicabile in potenza, rispettivamente di «uno» e/o di «molti» individui. P. es., perché la «bianchezza» da principio per se stesso considerato divenga qualità predicabile di qualche individuo, essa deve coniugarsi con delle condizioni necessitanti di esistenza come qualità di ciascun diverso individuo «bianco» e/o di ciascuna delle diverse collezioni possibili di individui «bianchi» (fiocchi di neve, grani di zucchero, uomini di una certa razza, ecc.);

b) nel senso della distinzione «quantitativa» fra i *singoli* enti intesi come «parti» *numerabili*<sup>2</sup> di una collezione e la «totalità» della collezione cui gli individui, appunto, «appartengono». Una distinzione questa che caratterizza i due modi dell'esistenza predicativa dell'universale, appunto come predicato di «uno» o di «molti» e quindi una distinzione che fonda la conseguente «quantificazione» degli enunciati predicativi.

<sup>2</sup> Ricordiamo che l'unità quantitativa in quanto principio di numerabilità delle parti in una totalità, discende immediatamente dall'unità trascendentale o individualità di ciascun singolo e non dalla sua unità formale, ovvero non dipende dal «modo-di-essere-uno» di ciascun singolo. Cfr. figura.

Per realizzare dal punto di vista matematico quanto si è detto, useremo come metalinguaggio la teoria base sui fondamenti della matematica, sviluppata da E. De Giorgi e dai suoi collaboratori (Cfr. [2] e [3]) i cui oggetti vanno intesi come godenti soltanto di esistenza «debole». In particolare, a questo proposito sottolineiamo che l'esistenza debole non può essere fondata sul principio di non contraddizione: si veda a questo proposito il paradosso di Clavelli (Cfr. [4]). Viceversa, nel linguaggio-oggetto della nostra teoria gli oggetti godranno di esistenza forte in quanto legata al singolo referente. Naturalmente qui, contro i principi della semantica formale di Tarski [5], si ha la possibilità di ammettere che il tipo logico del metalinguaggio sia lo stesso di quello del linguaggio-oggetto: è questo uno dei punti di forza della teoria-base. Questo ci consente di introdurre nella nostra teoria un nuovo oggetto, il *riferimento assoluto*, in quanto distinto ed invariante rispetto alla molteplicità dei singoli referenti, da cui attinge l'esistenza debole degli oggetti del metalinguaggio. In tal modo si chiude il cerchio tra linguaggio e metalinguaggio.

In tal modo, come nella teoria-base, usiamo nella nostra teoria oggetti intensionali e non troppo vincolati al dominio, come le qualità. Con la parola intensionale qui intendiamo che ci possono essere oggetti diversi e estensionalmente equivalenti (per esempio «essere acqua» e «avere formula chimica  $H_2O$ »).

Ma rispetto alla teoria-base sdoppiamo il concetto di qualità, per distinguere in esso la qualità come universale predicabile, dal principio con cui si denota l'universale a livello antepredicativo, ovvero l'universale inteso «secondo se stesso», cioè come unità formale. Tale unità è caratterizzata dalla proprietà antepredicativa di autoriferimento che per noi è distinta dalla proprietà predicativa di autoreferenza, tipica di alcuni oggetti della teoria-base e mediante la quale in essa si garantisce che linguaggio e metalinguaggio abbiano lo stesso tipo logico. Distinguere fra principio e qualità consente di dare al medesimo principio per diversi referenti determinazioni diverse. Inoltre, distinguere fra «esistenza debole» ed «esistenza forte nel referente» consente di avere tutti gli oggetti esistenti in potenza e allo stesso tempo di considerare come esistenti attualmente di volta in volta solo quelli che servono. Ciò consente fra l'altro la costruzione di un'aritmetica non Gödeliana con tutti i vantaggi che ciò comporta per la rilettura del calcolo dei predicati del primo ordine in termini di teoria delle funzioni ricorsive. Di qui la possibilità di risolvere problemi applicativi di assoluta rilevanza quali quelli legati al calcolo parallelo o alla soluzione di problemi computazionali caratteristicamente non-polinomiali quali la caratterizzazione completa di sistemi dinamici caotici (Cfr. [1]).

Lo scopo dell'introduzione dei principi è dunque duplice: in primo luogo, vogliamo rendere la «verità» relativa al referente un oggetto che può essere interno al referente medesimo; in secondo luogo vogliamo escogitare un meccanismo per particolarizzare le qualità al referente in modo che anche le qualità in generale prive di dominio, abbiano un dominio in referenti particolari, senza che il relativo principio sia estraneo al referente.

Oltre al concetto di «principio» si introduce anche un ulteriore primitivo.

Si tratta del concetto primitivo di totalità (e di parte di una totalità), in quanto vogliamo avere la possibilità che in relazione a determinati referenti, un oggetto possa esistere come individuo, mentre le parti che lo compongono e le totalità di cui è parte abbiano un'esistenza solo potenziale.

Le totalità differiscono da oggetti come insiemi, classi e collezioni, perchè la loro relazione fondamentale è transitiva e perchè non vale per esse l'assioma di estensionalità (parti uguali possono essere composte in modo diverso e formare totalità diverse, ad esempio con gli stessi atomi combinati in modo diverso possono essere ottenuti composti chimici diversi).

Per collegare i referenti agli oggetti in esso esistenti non useremo una relazione, ma bensì una operazione senza inversa e a valori qualità, l'«esistenza»». Ovvero, l'operazione che fonda l'esistenza «forte» di uno oggetto se applicata ad un singolo referente e «debole» se applicata al riferimento assoluto.

Nella formalizzazione da noi adottata vi sono perciò vari tipi di esistenza in relazione al referente, innanzitutto l'esistenza in assoluto di ogni oggetto come individuo, e poi l'esistenza relativa di proprietà di esso quali qualità, relazioni, operazioni, ecc.

### La formalizzazione

Questa formalizzazione ha contemporaneamente il vantaggio e lo svantaggio di usare la teoria-base come metalinguaggio. Questo comporta che la teoria di Tommaso viene rispecchiata in modo solo approssimativo, anche se gli autori sono convinti che sia necessario compiere questo primo passo al fine di sviluppare ed esplicitare la formalizzazione di [1].

Si introducono la qualità  $Q_{ref}$  (la qualità di essere un referente), la qualità  $Q_{res}$  (la qualità di essere un referente semplice), la qualità  $Q_{princ}$  (la qualità di essere un principio).

Ad esempio alla qualità di «essere uomo» che in quanto predicativa è sempre relativa a un referente (p. es., Tizio è uomo, gli italiani sono uomini), corrisponde il principio della «umanità» che in quanto tale è ante-predicativo, nel senso che non può essere mai predicato di alcunchè (p. es., è scorretto dire Tizio è l'umanità o gli italiani sono l'umanità), ma nel contempo è il riferimento ultimo «interno» di ogni predicazione «essere uomo», rispetto a un dato referente.

Indicheremo con  $\tilde{n}$  il principio della n-ità (per esempio  $\tilde{1}$  è il principio dell'unità,  $\tilde{2}$  è il principio della dualità, ecc.).

Introduciamo inoltre la q-r-struttura delle totalità  $(Q_{tot}, R_{tot})^3$  di cui si postula che  $R_{tot}$  sia transitiva.

Si introduce l'oggetto rif (riferimento assoluto) e una operazione binaria

<sup>3</sup> q-r-struttura significa che, se  $xR_{tot}y$ , allora  $Q_{tot}y$ .

esi (operazione di esistenza) definita su un insieme di indici  $J = \{ind, coll, qual, op, rel, tot, par, prop, pred\}$  e sui referenti e se  $\phi$  è un referente e  $i \in J$ ,  $esi_{i,\phi}$  è una qualità tale che  $esi_{qual,\phi} esi_{i,\phi}$ . È inoltre definito  $esi_{ind,rif} = Q_{ogg}$ .

$esi_{ind,\phi}$ ,  $esi_{coll,\phi}$ ,  $esi_{qual,\phi}$ ,  $esi_{op,\phi}$ ,  $esi_{rel,\phi}$ ,  $esi_{tot,\phi}$ ,  $esi_{par,\phi}$ ,  $esi_{prop,\phi}$ , ed  $esi_{pred,\phi}$ , rappresentano rispettivamente la qualità di esistere nel referente  $\phi$ , di essere una collezione nel referente  $\phi$ , di essere predicabile nel referente  $\phi$ , di essere una operazione nel referente  $\phi$ , di essere una relazione nel referente  $\phi$ , di essere una totalità nel referente  $\phi$ , di essere una parte nel referente  $\phi$ , di essere una proposizione nel referente  $\phi$ , di essere un predicato nel referente  $\phi$ .

Inoltre, se  $\phi$  è un referente, sono definite su  $\phi$  le operazioni  $e_{qest}$  (equivalenza estensionale),  $incl$  (inclusione),  $app$  (appartenenza),  $ins$  (insiemi),  $sel$  (selezione),  $ver$  (verità) e  $princ$ , dove  $e_{qest}_\phi$  è l'equivalenza estensionale delle collezioni nel referente  $\phi$  (non è detto che esistano le classi di equivalenza),  $incl_\phi$  è l'inclusione tra collezioni nel referente  $\phi$ ,  $app_\phi$  è l'appartenenza tra individui esistenti e collezioni del referente  $\phi$ ,  $ins_\phi$  è la collezione degli insiemi<sup>4</sup> rispetto al referente  $\phi$ ,  $sel_\phi$  è l'operazione tale che  $sel_\phi x = y \Leftrightarrow esi_{coll,\phi} x \ \& \ (tapp_\phi x \Leftrightarrow t \in y)$ ,  $ver_\phi$  è la qualità di verità delle proposizioni e dei predicati del referente  $\phi$ ,  $princ_\phi$  è un'operazione biunivoca che associa ai principi che sono individui (per se) nel referente  $\phi$  tutte e sole le qualità predicabili nel referente  $\phi$ .

In tutti i referenti sono individui i seguenti principi:  $P_{ver}$ ,  $P_{esi_{ind}}$ ,  $P_{esi_{coll}}$ ,  $P_{esi_{qual}}$ ,  $P_{esi_{op}}$ ,  $P_{esi_{rel}}$ ,  $P_{esi_{tot}}$ ,  $P_{esi_{par}}$ ,  $P_{esi_{prop}}$ ,  $P_{esi_{pred}}$ .  $princ_\phi$  associa a questi principi rispettivamente le qualità  $ver_\phi$ ,  $esi_{ind,\phi}$ ,  $esi_{coll,\phi}$ ,  $esi_{qual,\phi}$ ,  $esi_{op,\phi}$ ,  $esi_{rel,\phi}$ ,  $esi_{tot,\phi}$ ,  $esi_{par,\phi}$ , ed  $esi_{pred,\phi}$ .

$e_{qest}_\phi$ ,  $incl_\phi$ ,  $app_\phi$  ed  $esi_{i,\phi}$  sono collegati dai naturali assiomi di compatibilità:

- $xapp_\phi y \Leftrightarrow esi_{ind,\phi} x \ \& \ esi_{coll,\phi} y \ \& \ x \in y$
- $x e_{qest}_\phi y \Leftrightarrow xincl_\phi y \ \& \ yincl_\phi x$
- $xincl_\phi y \Leftrightarrow (tapp_\phi x \Leftrightarrow tapp_\phi y)$

Si pone il seguente assioma di parziale estensione:

$$esi_{qual,\phi} q \Rightarrow \exists x [esi_{coll,\phi} x \ \& \ \forall t (qt \ \& \ esi_{ind,\phi} t \Rightarrow t \in x \Rightarrow qt)].$$

Inoltre sui referenti sono definite una operazione  $\neg$  (negazione di un referente) e una operazione binaria parziale  $+$  (somma di referenti, se compatibili).

<sup>4</sup>  $ins_\phi = \{t \in ins \mid \text{ogni catena discendente di appartenenza che comincia in } t \text{ termina in un } y \text{ tale che } esi_{ind,\phi} y \vee y = \emptyset\}$ .

Valgono i seguenti assiomi:

- i)  $esi_{i,\varphi} x \Rightarrow esi_{i,\neg(\neg\varphi)} x$  per  $i \neq qual$
- ii)  $(esi_{i,\varphi_1} x \vee esi_{i,\varphi_2} x) \Rightarrow esi_{i,\varphi_1+\varphi_2} x$  per  $i \neq qual$
- iii)  $\exists i \in \{coll, qual, op, rel, tot\} \exists x (esi_{i,\varphi_1} x \& esi_{i,\varphi_2} x) \Rightarrow \exists \varphi_3 = \varphi_1 + \varphi_2$

Consideriamo l'operazione binaria cont definita sugli indici  $i \in \{ind, coll, qual, op, rel, tot, par\}$  e sui referenti e a valori operazioni.

Se  $y = f(x) \& esi_{ind,\varphi} x \& esi_{op,\varphi} f \& \neg esi_{i,\varphi} y$  con  $i \in \{ind, coll, qual, op, rel, tot, par\}$ , se  $i = ind \vee (i = coll \& Qcolly) \vee (i = qual \& Qqualy) \vee (i = op \& Qopy) \vee (i = rel \& Qrely) \vee (i = tot \& Qtoty) \vee i = par$ , allora  $cont_{i,\varphi}$  è definito su  $y$  e  $cont_{i,\varphi} y$  è un referente tale che la qualità  $esi_{i,cont_{i,\varphi}y}$  vale su  $y$ .

A questo punto si può passare al referente  $\varphi + cont_{i,\varphi}y$  che è un «ampliamento» del referente  $\varphi$  in cui  $esi_{i,\varphi+cont_{i,\varphi}y}$ .

Il seguente assioma caratterizza i referenti semplici:

$$Qres \varphi \Leftrightarrow \neg \exists x, y [xRtoty \& esi_{ind,\varphi} y \& esi_{ind,\varphi} x \& (esi_{tot,\varphi} y \vee esi_{par,\varphi} x)]$$

Si danno le seguenti definizioni riguardanti il rapporto tra  $esi_{qual,\varphi}$  ed  $esi_{ind,\varphi}$ , fermo restando il fatto che è possibile avere per una qualità  $q : esi_{qual,\varphi} q \& \neg esi_{ind,\varphi} q$  &  $esi_{ind,\varphi} princ^{-1} q$ .

*Definizione*

- a)  $\varphi$  è un referente empirista se vale  $esi_{qual,\varphi} q \Rightarrow esi_{ind,\varphi} q$
- b)  $\varphi$  è un referente aristotelico se vale  $Qqual q \Rightarrow \neg esi_{ind,\varphi} q$
- c)  $\varphi$  è un referente tomista se vale  $esi_{qual,\varphi} q \Rightarrow \neg esi_{ind,\varphi} q$

**Verità, proposizioni e predicati**

La verità sulle proposizioni del referente  $\varphi$  è stabilita sul principio dell'*adaequatio rei et intellectus* che in formule si scrive:

- 1)  $esi_{prop,\varphi} p \Rightarrow (p = "x = y" \& esi_{ind,\varphi} x, y) \vee (p = "x \in y" \& esi_{ind,\varphi} x \& esi_{coll,\varphi} y) \vee (p = "qx" \& esi_{qual,\varphi} q \& esi_{ind,\varphi} x) \vee (p = "fx = y" \& esi_{op,\varphi} f \& esi_{ind,\varphi} x) \vee (p = "rxy" \& esi_{rel,\varphi} r \& esi_{ind,\varphi} x, y) \vee \dots$

- 2)  $esi_{prop,\varphi} p \& p = "x = y" \Rightarrow (ver_{\varphi} p \Leftrightarrow x = y)$
- 3)  $esi_{prop,\varphi} p \& p = "x \in y" \Rightarrow (ver_{\varphi} p \Leftrightarrow x \in y)$
- 4)  $esi_{prop,\varphi} p \& p = "qx" \Rightarrow (ver_{\varphi} p \Leftrightarrow qx)$
- 5)  $esi_{prop,\varphi} p \& p = "fx = y" \Rightarrow (ver_{\varphi} p \Leftrightarrow fx = y)$
- 6)  $esi_{prop,\varphi} p \& p = "rxy" \Rightarrow (ver_{\varphi} p \Leftrightarrow rxy)$
- .....

I puntini lasciano aperta la possibilità di considerare proposizioni relative ad altri tipi di oggetti (oltre a collezioni, qualità, relazioni binarie, operazioni con un argomento) e di definire la loro verità in modo analogo a 3), 4), 5), 6).

Diamo inoltre i seguenti assiomi riguardanti  $esi_{pred,\varphi}$ , specificando che  $n_{\varphi} = \sup\{n \in N \mid m \in N, m \leq n \Rightarrow esi_{ind,\varphi} \tilde{m}\}$

- A)  $Qprop x \Rightarrow (esi_{prop,\varphi} x \Leftrightarrow esi_{pred,\varphi} x)$
- B)  $esi_{pred,\varphi} gap (Rfond_h)$  per  $h=1, \dots, n_{\varphi}$
- C)  $esi_{pred,\varphi} p \& esi_{ind,\varphi} x \& q = px \Rightarrow esi_{pred,\varphi} q$
- D)  $esi_{pred,\varphi} p \Rightarrow esi_{pred,\varphi} Kp$ , se  $Qpred_{hp}$  con  $h < n_{\varphi}$
- E) se  $esi_{pred,\varphi} p$  ed  $esi_{pred,\varphi} q$ , allora  $esi_{pred,\varphi} pvq$ ,  $esi_{pred,\varphi} p \wedge q$ ,  $esi_{pred,\varphi} \neg p$ ,  $esi_{pred,\varphi} \forall p$ ,  $esi_{pred,\varphi} \exists p$  ed  $esi_{pred,\varphi} \sigma p$ , dove  $\sigma$  è una permutazione di  $1; \dots; h$  (con  $h$  tale che  $Qpred_{hp}$ ) e  $px_1 \dots x_h = (\sigma p)_{x_{\sigma(1)} \dots x_{\sigma(h)}}$

A questo punto è anche possibile parlare di verità dei «predicati» (che nella teoria-base, se chiusi, sono essi stessi proposizioni), restringendo i quantificatori agli individui esistenti nel referente  $\varphi$ , mediante i seguenti assiomi:

- a)  $esi_{prop,\varphi} p \Rightarrow (ver_{\varphi} \neg p \Leftrightarrow \neg ver_{\varphi} p)$
- b)  $esi_{pred,\varphi} p \& \neg Qprop p \& esi_{pred,\varphi} px \Rightarrow [ver_{\varphi} ((\neg p)x) \Leftrightarrow ver_{\varphi} \neg (px)]$
- c)  $esi_{pred,\varphi} p, q \Rightarrow (ver_{\varphi} (p \wedge q) \Leftrightarrow ver_{\varphi} p \& ver_{\varphi} q)$
- d)  $esi_{pred,\varphi} p, q \Rightarrow (ver_{\varphi} (p \vee q) \Leftrightarrow ver_{\varphi} p \vee ver_{\varphi} q)$
- e)  $Qpred_{ip} \Rightarrow (ver_{\varphi} \forall p \Leftrightarrow (esi_{ind,\varphi} x \Rightarrow ver_{\varphi} px))$
- f)  $Qpred_{ip} \Rightarrow (ver_{\varphi} \exists p \Leftrightarrow \exists x (esi_{ind,\varphi} x \& ver_{\varphi} px))$
- g)  $Qpred_{hp}, h > 0, h \leq n_{\varphi} \Rightarrow (ver_{\varphi} p \Leftrightarrow (esi_{ind,\varphi} x \Rightarrow ver_{\varphi} px))$

*Congettura*

La teoria-base con l'aggiunta di un assioma di superuniversalità per referenti piccoli è relativamente consistente rispetto a ZF (rispetto all'aritmetica di Peano, se si toglie l'assioma di infinito).

## Appendice

Con «trascendentali» si intendono tutta una serie di predicati che sono equivalenti, ma non identici al predicato «essere ente». Seguendo l'esposizione di Tommaso sui trascendentali contenuta nelle sue *Quaestiones Disputatae De Veritate* (I,1), il punto essenziale da risolvere è quello se la nozione di «essere» si identifichi del tutto con quella di «vero». Ovviamente, la risposta di Tommaso è *negativa*. Se infatti l'essere si identificasse completamente coll'esser-vero, siccome la verità è una nozione logica ecco che l'essere dell'ente si ridurrebbe all'essere logico, all'essere definito all'interno di un determinato linguaggio. Modernamente ci troveremmo così nei medesimi problemi della semantica formale dopo Tarski e Goedel.

Viceversa per Tommaso, è l'essere il punto di partenza di ogni conoscenza, e quindi il fondamento trascendentale di ogni concetto, categorie comprese. Infatti, dice Tommaso, ogni conoscenza ed ogni definizione o concetto dell'intelletto possono essere ridotti ad una pura e semplice aggiunta di un predicato (p.es., albero, uomo, casa...) alla forma verbale elementare «*esso è...*». Nondimeno, questi predicati non si «aggiungono» all'essere come delle «differenze specifiche» (p. es.: «razionale») si aggiungono a un «genere» (p.es.: ad «animale», nella definizione di uomo come «animale razionale»). All'essere nulla può essere aggiunto o tolto perché esso tutto contiene. In altri termini, l'essere non è un genere, ovvero non è il concetto più generico che contiene tutti gli altri concetti come sue specificazioni<sup>5</sup>.

Viceversa, le specificazioni aggiunte all'essere semplicemente articolano differenti «modi di essere», proprio come la forma articola differenti modi di essere uno delle parti materiali di un'essenza di un ente fisico. Questi modi di essere possono consistere, o:

1. in un modo speciale di essere, ovvero, l'essere proprio di una specifica sostanza (p. es., essere-uomo, essere-cavallo, essere-albero, essere-atomo o essere-molecola di ferro, di piombo, ecc.) e dei suoi accidenti (p. es., il bianco della neve non è il bianco del guscio d'uovo);

2. o in modi generale di essere, comuni a tutte le sostanze e ai loro accidenti ovvero (Cfr. Tavola I):

a) **Rispetto a se stesso** (= in sé), un ente è:

i. *affermativamente* una generica cosa;

ii. *negativamente* un indiviso, un uno, ovvero un'unità trascendentale o individualità (si tratta dell'«uno trascendentale» in quanto fondamento dell'«unità formale» e dell'«unità quantitativa» di un ente).

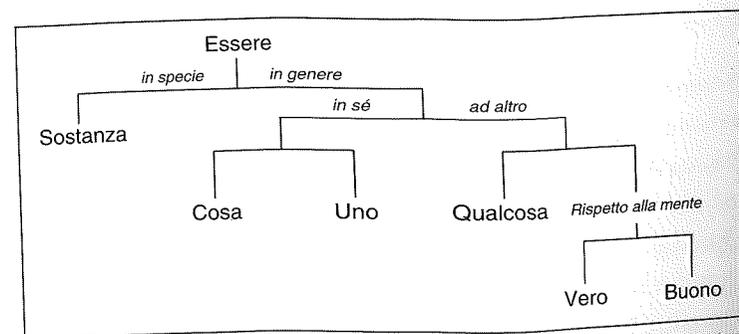


Tavola I - Schema riassuntivo dei trascendentali dell'essere secondo S. Tommaso d'Aquino.

<sup>5</sup> L'identificazione dell'essere con un genere è la radice di tutti i razionalismi, tanto materialisti come idealisti di tutta la storia del pensiero occidentale e la dimostrazione dell'inconsistenza logica di una tale idea che caratterizza il pensiero contemporaneo, è la radice del nichilismo e della credenza nell'impossibilità di una metafisica. Il nichilismo allora non è la morte della metafisica, ma la definitiva morte di un certo modo di fare metafisica: quello razionalista.

- b) **Rispetto ad altro da sé** (= ad altro), ogni ente:
- rispetto a qualsiasi altro ente*, è qualcosa, ovvero una «cosa qualificata», qualitativamente distinta<sup>6</sup>, invece,
  - rispetto ad un ente che può entrare in relazione con qualsiasi altro ente*, ovvero rispetto alla mente umana, ogni ente:
    - è vero, in quanto si pone in relazione con l'intelletto umano
    - è (più o meno) buono, è dotato cioè di un certo valore, in quanto si pone in relazione con la volontà umana.

## BIBLIOGRAFIA

- G. BASTI & A.L. PERRONE, *Le radici forti del pensiero debole: dalla metafisica, alla matematica, al calcolo*, Il Poligrafo e Pontificia Università Lateranense, Padova-Roma, 1996.
- M. CLAVELLI, E. DE GIORGI, M. FORTI, V.M. TORTORELLI, *A self-reference oriented theory for the foundations of Mathematics, in Analyse Mathématique et Applications - Contributions en l'honneur de Jacques-Louis Lions*, Gauthiers-Villars, Paris, 1988, pp. 67-115.
- E. DE GIORGI, M. FORTI, G. LENZI, V.M. TORTORELLI, *Calcolo dei predicati e concetti metateorici in una teoria-base dei fondamenti della matematica*, Rend. Mat. Acc. Lincei, Vol. 9, Fasc. 6 (1995), pp. 79-92.
- M. CLAVELLI, *Il paradosso delle due classi*, Rendiconti Seminario Facoltà Scienze Università di Cagliari, Vol. 59, Fasc. 2 (1989), pp. 121-123.
- A. TARSKI, *The semantic conception of truth and the foundations of semantics*. In: *Readings in philosophical analysis*, H. Feigl (Ed.), New York, 1949, pp. 52-84.

## Summary

We formalize the logic of Tommaso d'Aquino in the frame of a modern theory for the foundation of Math and other sciences.

The formalization was stimulated by some applications of the logic of Tommaso d'Aquino in computer science and theory of chaos.

<sup>6</sup> «In tal modo, come ogni ente è definito «uno» perché è indiviso in sé stesso, così è definito anche «qualcosa» perché è diviso rispetto ad altro da sé» (In De Ver. 1,1, resp.). Questa osservazione di Tommaso è essenziale. Infatti, l'errore del razionalismo consiste essenzialmente nell'identificare platonicamente il fondamento dell'unità o individualità dell'ente realmente esistente (questo albero, quest'uomo, ecc.) nella sua unità formale. Ma questo implica necessariamente la compresenza di tutti gli altri enti rispetto ai quali l'ente in questione si diversifica come *unico*. Se è così, l'individualità dell'ente non è mai fondata, a meno che la mente umana non abbia capacità divinatorie di conoscenza della totalità assoluta. La genialità della sintesi tomista è di aver legato l'individualità all'*in sé* di un ente, e non al suo *essere rispetto ad altro*. Questo è *essenziale in antropologia*: l'individualità personale non è legata alla *relazionalità ad altri*, altrimenti né il feto, né il malato in coma, sarebbero individui personali. L'individualità di un ente, di ogni ente, uomo compreso, è legata al suo *essere in sé* e dunque, come vedremo, al suo atto d'essere. Sono le relazioni a fondarsi sull'individualità della sostanza, non viceversa. Solo nella SS.ma Trinità è vero il contrario: le Persone divine sono *relazioni sussistenti*, ma guai a confondere ordine soprannaturale con quello naturale. Il cosiddetto *dialogo* è proprietà, facoltà dell'essere personale dell'individuo umano, ma non fonda questo essere, al massimo cerca di esprimerlo. Nondimeno, ogni persona umana si caratterizza per una *radicale incomunicabilità del suo essere* profondo o «essere in sé», e qui è la radice di tutto il suo mistero, di tutta la sua dignità e, perché no, di tutta la sua *inarrivabile bellezza!*».